Matemática III (Lic. Química) - Pirmer cuatrimestre 2017

Práctica 6 - Ecuaciones Diferenciales de 1er. Orden

1. Para cada una de las ecuaciones diferenciales que siguen, encontrar la solución general y la solución particular que satisfaga la condición dada:

   a) $x' - 2tx = t, \quad x(1) = 0,$ b) $x' = \dfrac{1+x^2}{1+t^2}, \quad x(1) = 0,$

   c) $x' = \dfrac{1+x}{1+t}, \quad x(0) = 1,$ d) $x' = \dfrac{1+x}{1-t^2}, \quad x(0) = 1,$

   e) $x' - x^{1/3} = 0, \quad x(0) = 0,$ f) $x' = \dfrac{1+x}{1+t}, \quad x(0) = -1.$

2. Si $y = y(t)$ denota el número de habitantes de una población en función del tiempo, se denomina tasa de crecimiento de la población a la función definida como el cociente y'/y.

   (a) Caracterizar (encontrar la ecuación) de las poblaciones con tasa de crecimiento constante.

   (b) ¿Cuáles son las poblaciones con tasa de crecimiento nula?

   (c) Una población tiene tasa de crecimiento constante. El 1 de enero de 2002 tenía a 1000 individuos, y cuatro meses después tenía a 1020. Estimar el número de individuos que tendrá el 1 de enero del año 2022, usando los resultados anteriores.

3. Si un cultivo de bacterias crece con un coeficiente de variación proporcional a la cantidad existente y se sabe además que la población se duplica en 1 hora ¿Cuánto habrá aumentado en 2 horas?.

4. Verifique que las siguientes ecuaciones son homogéneas de grado cero y resuelva:

   a) $tx' = x + 2t\exp(-x/t)$ b) $txx' = 2x^2 - t^2$ c) $x' = \dfrac{x+t}{t}, \quad x(1) = 0$

5. Demuestre que la sustitución $y = at + bx + c$ cambia $x' = f(at + bx + c)$ en una ecuación con variables separables y aplique este método para resolver las ecuaciones siguientes:

   a) $x' = (x+t)^2$ b) $x' = \operatorname{sen}^2(t - x + 1)$

6. Resuelva las siguientes ecuaciones:

   a) $(y - x^3)dx + (x + y^3)dy = 0$ b) $\cos x \cos^2 y\, dx - 2\sin x\, \sin y \cos y\, dy = 0$

   c) $(3x^2 - y^2)\, dy - 2xy\, dx = 0$ d) $x\, dy = (x^5 + x^3y^2 + y)\, dx$

   e) $2(x+y)\sin y\, dx + (2(x+y)\sin y + \cos y)\, dy = 0$

7. Resuelva las siguientes ecuaciones (Usando factor integrante):

   (a) $y' + y = 1$

   (b) $y' = x - y$

   (c) $xy' + y = \sqrt{x}$

   (d) $y' - y = e^x$