

Matemática III (Lic. Química) - Primer cuatrimestre 2017

Práctica 5 - Sistemas lineales y Matrices

1. Se considera el sistema lineal

$$S : \begin{cases} x - y + z + w = 2 \\ 3x + y + z + w = 6 \\ 5x - 3y - 3z + w = 0 \end{cases}$$

y los vectores $\vec{v}_1 = (0, 0, 0, 0)$, $\vec{v}_2 = (1, 1, 1, 1)$, $\vec{v}_3 = (-2, 2, -3, 7)$, $\vec{v}_4 = (0, 2, 2, 2)$. Decidir:

- (a) cuáles de las cuaternas dadas son soluciones de S .
 (b) cuáles de las cuaternas dadas son soluciones del sistema homogéneo asociado a S .
2. Hallar, si es que existen, todos los valores de $a, b \in \mathbb{R}$ para los cuales $(1, -2, 3)$ es solución del sistema lineal dado en cada uno de los siguientes casos:

$$(a) \begin{cases} 2bx + y - z = 1 \\ x - ay + z = 0 \\ 4x - by + az = 4 \end{cases} \quad (b) \begin{cases} x + 2ay + z = 0 \\ ay - bz = 4 \\ x + by + (2a + b)z = b \end{cases}$$

3. Clasificar cada uno de los siguientes sistemas lineales. Cuando el sistema sea compatible determinado, obtener la solución. Cuando el sistema sea compatible indeterminado, describir el conjunto de todas las soluciones. Si es incompatible, no hacer nada. En cada caso, describir además el conjunto de las soluciones del sistema homogéneo asociado.

$$(a) \begin{cases} 3x + 5y = 2 \\ -2x + 4y = 6 \end{cases} \quad (d) \begin{cases} x + 2y + z = 3 \\ x - 2y + z = 3 \\ 2x + y - z = 0 \end{cases} \quad (g) \begin{cases} 3y - 2z + 3w = 9 \\ 2x + y + w = 5 \\ x - y + z - w = -2 \end{cases}$$

$$(b) \begin{cases} x - 2y = 0 \\ 2x + y = 0 \\ x + 3y = 1 \end{cases} \quad (e) \begin{cases} 2x + y - z = 8 \\ x - y + z = 1 \\ 5x + y - z = 17 \end{cases} \quad (h) \begin{cases} x + 2y - z + 2t = 0 \\ x + y + z + 2t = 1 \\ -x + y - 5z - 2t = -3 \end{cases}$$

$$(c) \begin{cases} x - 2y = 2 \\ 2x + y = 1 \\ x + 3y = -1 \end{cases} \quad (f) \begin{cases} 2x + y - z = 3 \\ x - y + z = 2 \\ 5x + y - z = -5 \end{cases}$$

4. En el estanque de un establecimiento de cría ictícola hay tres tipos de peces (indicados con I, II y III, respectivamente) que son nutridos con los alimentos A, B y C . El consumo semanal promedio de cada pez (tomado en unidades básicas) está dado por la tabla:

	Alimento A	Alimento B	Alimento C
Pez Tipo I	1	1	2
Pez Tipo II	3	4	6
Pez Tipo III	2	1	5

Semanalmente se vierten en el estanque 14000 unidades del alimento A , 12000 unidades del B y 31000 unidades del C . Toda la comida es ingerida y los peces están bien alimentados. ¿Cuántos peces de cada tipo hay en el estanque?

5. Dadas las matrices $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$ y $C = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$, calcular:

- (a) $A + 3B - 3C$. (c) $A - (B - 2C)$.
(b) $A + 3(B - C)$. (d) $A - B + 2C$.

6. Se consideran matrices de los siguientes tamaños: $A \in \mathbb{R}^{4 \times 5}$, $B \in \mathbb{R}^{5 \times 7}$, $C \in \mathbb{R}^{7 \times 5}$. Indicar cuáles de las siguientes operaciones son posibles. En caso afirmativo, indicar el tamaño (número de filas y de columnas) de la matriz resultado.

- (a) $A \cdot B$. (c) $B \cdot C$. (e) $A \cdot B \cdot C$. (g) $A \cdot A$.
(b) $B \cdot A$. (d) $C \cdot B$. (f) $B \cdot C \cdot A$. (h) $B \cdot C \cdot B \cdot C$.

7. Cuando sea posible, calcular $A \cdot B$ y $B \cdot A$. ¿Vale la igualdad entre estos productos?

(a) $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & -4 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 3 & -2 & 2 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$.

(b) $A = (1 \ 2 \ 3)$, $B = \begin{pmatrix} -2 \\ 4 \\ 1 \end{pmatrix}$.

(c) $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 2 & -1 & 2 \\ 2 & 2 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 4 \\ 3 & 0 & -1 \\ 4 & -1 & 5 \end{pmatrix}$.

8. Calcular, si es posible, la matriz inversa de cada una de las siguientes matrices verificando que la matriz hallada es efectivamente la inversa.

(a) $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$. (c) $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$. (e) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 4 \end{pmatrix}$.

(b) $\begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$. (d) $\begin{pmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & -1/2 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$. (f) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ -1 & 0 & 2 \\ 0 & 2 & 1 \end{pmatrix}$.

9. Calcular el determinante de cada una de las siguientes matrices:

(a) $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & -4 \end{pmatrix}$. (b) $\begin{pmatrix} 6 & 5 \\ \frac{3}{5} & \frac{1}{2} \end{pmatrix}$. (c) $\begin{pmatrix} -2 & 3 & 1 \\ 4 & 6 & 5 \\ 0 & 2 & 1 \end{pmatrix}$. (d) $\begin{pmatrix} -2 & 1 & 1 \\ 4 & -2 & 4 \\ 2 & -1 & 5 \end{pmatrix}$.