Matemática III - Lic. en Química
Primer Cuatrimestre - 2017

Práctico 3: Superficies

1. Obtenga una parametrización de las siguientes superficies:

   (a) $3x + 2y + z = 6$.
   (b) $z = x^2 + y^2$.
   (c) $x^2 + y^2 + z^2 = 9$.
   (d) $\frac{x^2}{4} + y^2 + \frac{z^2}{9} = 1$.
   (e) $x^2 + y^2 = 9; 1 \leq z \leq 3$.

2. Hallar la ecuación del plano tangente a la esfera de radio a y centro en el origen en un punto (x_0, y_0, z_0) genérico de la esfera, considerando a la esfera como: La superficie parametrizada por $\Phi(\theta, \phi) : [0, 2\pi] \times [0, \pi] \mapsto \mathbb{R}^3$ dada por

$$\Phi(\theta, \phi) = (a \cos\theta \sin\phi, a \sin\theta \sin\phi, a \cos\phi).$$

3. Encontrar una ecuación para el plano tangente en el punto (0,1,1) a la superficie dada por la parametrización

$$x = 2u, \qquad y = u^2 + v, \qquad z = v^2.$$

4. Sea $\phi(r, \theta) : [0, 1] \times [0, 2\pi] \mapsto \mathbb{R}^3$ dada por

$$x = r\cos(\theta), \qquad y = r\sin(\theta), \qquad z = \theta,$$

   la parametrización de una superficie $\mathcal{S}$. Hallar un vector normal en cada punto y hallar su área.

5. Sea $\phi(u, v) : D \mapsto \mathbb{R}^3$ (D el disco unitario centrado en el origen)

$$\phi(u, v) = (u - v, u + v, uv)$$

   la parametrización de una superficie. Calcular su área.

6. Calcular $\int_S xy \; dS$ donde S es la superficie del tetraedro con lados $z = 0$, $y = 0$, $x = y$, $x + z = 1$.

7. Calcular $\int_S x^2 \; dS$ donde S es la esfera unitaria $x^2 + y^2 + z^2 = 1$.

8. Evaluar $\int_S y \; dS$ donde S es el borde de la región limitada por el cilindro $x^2 + z^2 = 1$ y los planos $y = 0$ y $y - x = 1$.

9. Evaluar $\int_S z \; dS$ donde S es la superficie $z = x^2 + y^2$, $x^2 + y^2 \leq 1$.

10. Evaluar $\int_S \mathbf{F} \cdot d\mathbf{S}$ donde $\mathbf{F}(x,y,z) = (x,y,z)$ y S es la región sólida limitada por el paraboloide $z = 1 - x^2 - y^2$ y el plano $z = 0$.

11. Sea S la superficie cerrada formada por el hemisferio $x^2 + y^2 + z^2 = 1$, $z \geq 0$ y su base, $x^2 + y^2 \leq 1$, $z = 0$. Sea $\mathbf{E}$ el campo eléctrico definido por $\mathbf{E}(x,y,z) = (2x)\mathbf{i} + (2y)\mathbf{j} + (2z)\mathbf{k}$. Hallar el flujo eléctrico a traves de S.

12. Calcular $\int_S (\nabla \times \mathbf{F}) \cdot d\mathbf{S}$ donde $\mathbf{F} = (x^2 + y - 4)\mathbf{i} + (3xy)\mathbf{j} + (2xz + z^2)\mathbf{k}$ y S es la superficie $x^2 + y^2 + z^2 = 16$, $z \geq 0$ (normal hacia arriba).